

Estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento matemático

Martha Cecilia Mosquera³

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Introducción

¿Cuál debe ser la acción del docente para que un aprendiente desarrolle pensamiento matemático?

La idea central de ésta experiencia consiste en mostrar alternativas que permitan lograr aprendizajes significativos a partir de la premisa de que las matemáticas están en todas partes, en esa forma se trata de resignificar el conocimiento matemático, buscando contextos en los cuales los conceptos adquieran sentido.

Para poder encontrar estos contextos se hace necesario en primer lugar: “aprender a conocer” en otras palabras desarrollar habilidades de pensamiento que permitan lograr altos niveles de conceptualización de tal forma que tanto el que aprende, como el que media entre él y el conocimiento, puedan identificar cuáles son los conocimientos previos que es necesario “tener claros” para poder acceder al aprendizaje de un tópico; en segundo lugar: “aprender a fijar metas de aprendizaje” que permitan emprender caminos que tengan principio y de algún modo “fin”, en tercer lugar “aprender a evaluar” mediante el uso de estrategias metacognitivas que posibiliten saber ¿cómo es que uno aprende? ¿Qué estrategias de aprendizaje son adecuadas para tal o cuál situación? ¿Cómo hago mi trabajo? ... Se entiende la evaluación como un proceso que debe estar presente siempre y cuyo responsable no es solamente el mediador; debe quedar claro que la responsabilidad de la evaluación es compartida por todos, y en cuarto lugar (no el último) “aprender a pensar matemáticamente” en otras palabras, aprender a hacer matemáticas; éste aspecto

³Docente HC Área Matemáticas Aplicadas a la Química. Email: tangrams49@yahoo.es

es uno de los mas difíciles debido a que si bien es cierto, que hacer matemáticas o pensar matemáticamente se ha considerado siempre como una acción intelectual de las más fecundas que puede llegar a lograr el ser humano, y que aprender a hacer matemáticas o razonar de manera Lógico matemática es considerado un signo de ¡verdadera inteligencia!, (es por ello que quien hace matemáticas es mirado y admirado de manera diferente) aún persiste la idea ingenua de que esta es una actividad a la cual no es fácil acceder, esta afirmación no es del todo cierta, por ello el principal objetivo es mostrar a los aprendientes que ellos también pueden llegar a hacerlo...

Para acercar a los estudiantes al “hacer matemáticas” hemos de trabajar en el desarrollo de seis hábitos o costumbres académicas que son:

A. Entrar En Contacto Con Las Personas Que Hacen Matemáticas

Desarrollar en los aprendientes el hábito de asistir y participar activamente en encuentros, foros, coloquios simposios conferencias, y en general en los espacios de divulgación que organizan las diferentes entidades, es importante anotar que cuando se ha leído un texto o un artículo en una revista y luego se presenta la posibilidad de hablar directamente con el autor, y este nos cuenta la forma como hace su trabajo los horizontes se amplían.

B. Aprender A Hacer Demostraciones

Hilar argumentos y poner en orden las ideas, utilizando el lenguaje matemático para explicar en forma clara y precisa los procedimientos... aquí adquiere gran importancia el trabajo con los procesos de reversibilidad.

No solo hacer las operaciones, ¡hacerlas con un propósito determinado! Encontrarles sentido y comprobar que están bien... y no solo con las operaciones, sino con los problemas y actividades en general; cuando diligenciamos las rúbricas para la evaluación (ver documento anexo) nos preguntamos sobre la forma de demostrar aprendizajes, construimos sentido a los productos a elaborar y establecemos reglas y criterios para evaluarlos.

C. Contar A Otros Sobre Nuestros Descubrimientos

Aún en éste tiempo, cuando los constructivistas sienten que han llegado al clímax de su teoría, hay muchos que piensan que no es posible construir conocimiento matemático (entre otras, porque se piensa en el conocimiento matemático como

algo terminado, ¿qué hacer en matemáticas? si ya todo ¿Está hecho?), para demostrar aprendizajes se puede trabajar durante cada periodo en la elaboración de un proyecto de aprendizaje, este proyecto será elaborado a partir de los resultados que se obtengan de la consulta (¿o investigación?), para resolver los interrogantes que se plantean en los encuentros o en las mismas clases. Al finalizar cada periodo, un equipo de aprendientes organizará un seminario para exponer los avances obtenidos durante el periodo.´´

D. Aprender A Encontrar Contextos En Los Cuales Los Conceptos Adquieren Significado

O aprender a transferir, Se entiende la transferencia como un fenómeno del pensamiento y aprendizaje humanos que busca adquirir conocimientos en un contexto para luego ponerlos en funcionamiento en otros, aplicando estrategias y predisposiciones al pensamiento en varios contextos, conectando áreas del conocimiento aparentemente diferentes viendo como una informa a la otra.

E. Aprender A Jugar

Para nosotros y nosotras deberá ser claro que no tiene ningún sentido jugar por jugar, sino, que detrás de cada juego hay una intención clara de aprendizaje ya que “jugamos para aprender a pensar”. Encontrar en los juegos oportunidades para establecer reglas y cumplirlas, seguir instrucciones, hacer estimaciones, comprobar hipótesis, hacer diagramas...

F. Aprender A Leer Con Propósito

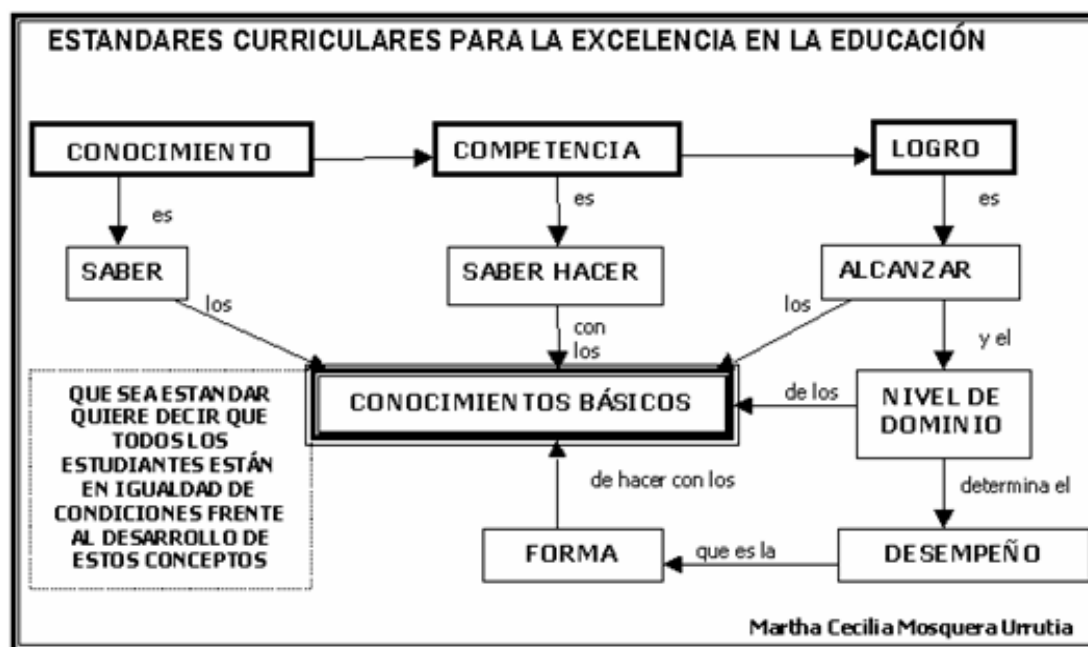
Aprender a leer para obtener la información necesaria para aprender a pensar... seguir instrucciones, comprender un problema, acceder a la información que nos proporciona el contexto (académico o cotidiano), comprender el por qué de las cosas, se constituyen en los retos más difíciles de afrontar más cuando nos encontramos en un contexto en el que los niños y las niñas no leen y si aún por obligación lo hacen, su comprensión es muy baja asociando de nuevo este problema a los bajos niveles de conceptualización, en este caso sobre la lectura. Sobre el “proceso metodológico” resulta muy productivo, hacer la lectura en voz alta e ir construyendo explicaciones e interrogantes junto con los aprendientes a medida que se avanza sobre ella. Escribir ensayos, exposiciones, procedimientos, problemas...

G. Formar Personas

El último aspecto, tal vez el más importante, consiste en “formar personas” con actitudes positivas hacia el aprendizaje, hacia la superación personal poseedoras de hábitos mentales de autorregulación, abiertas a la innovación, y con amplias capacidades para aprender a aprender y trabajar para producir en equipo.

1. Estándares curriculares para la excelencia en la educación

Según el documento del MEN los estándares son **Criterios** que especifican lo que todos los estudiantes de preescolar, básica y media deben saber (conocimientos básicos) y ser capaces de hacer (competencia) en una determinada área y grado. Que se traducen en formulaciones claras, universales, precisas y breves, que expresan lo que debe hacerse (logro) y cuan bien debe hacerse (desempeño). Atendiendo a la definición es posible establecer algunas conexiones entre las competencias, los logros y los desempeños alrededor de los conocimientos básicos.



1.1. Tipos de Estándares Educativos

A juicio de Ravitch, D. (1995), en educación es posible distinguir tres tipos de estándares mutuamente interrelacionados:

Estándares de contenido o curriculares: describen lo que los profesores deben enseñar y lo que se espera que los alumnos aprendan; proporcionan descripciones claras y específicas de las destrezas y conocimientos que debieran enseñarse a los alumnos. Deben ser medibles para que los Estudiantes puedan demostrar su nivel de dominio de las destrezas y conocimientos adquiridos (Indicadores de Logros).

Estándares de Desempeño Escolar: definen grados de dominio o niveles de logro y responden a la pregunta ¿qué tan bueno es lo suficientemente bueno? Describe qué clase de desempeño representa un logro Inadecuado, adecuado o sobresaliente. Indican tanto la naturaleza de las evidencias requeridas para demostrar que se ha dominado lo estipulado por los estándares de contenido, como su calidad en el desempeño.

Estándares de oportunidad (CONDICIONES)- para- aprender o transferencia escolar: definen la disponibilidad de programas, personal y otros recursos que las Instituciones escolares, municipios o instancias estatales proporcionan para que los estudiantes puedan ser capaces de satisfacer los estándares de contenido y de desempeño.

1.2. Para El Área de Matemáticas

Se hace entonces indispensable privilegiar los siguientes aspectos que encajan de manera perfecta en alguno de los tres tipos de estándares relacionados en la parte superior:

- a. **La Resolución de Problemas:** que ha de consistir en investigar y comprender los contenidos matemáticos en contextos académicos y cotidianos, para plantear; desarrollar y aplicar estrategias de solución.
- b. **La Comunicación matemática:** consistente en el uso del lenguaje propio de las matemáticas, la elaboración y/o interpretación de gráficas, diagramas, la lectura, la escritura y la identificación de interrelaciones, la discusión, el diálogo, las inferencias, deducciones, comparaciones, las justificaciones, los argumentos ...
- c. **El Razonamiento Matemático:** para establecer relaciones, justificar procedimientos y llegar a conclusiones válidas.

- d. **La Transferencia de Conceptos:** que consiste en encontrar la conexión existente entre los temas que se estudian y los diferentes contextos académicos y cotidianos. (esta es la idea en la que se apoya mi experiencia APRENDER A TRANSFERIR)
- e. **La Estimación:** como una estrategia para determinar el sentido práctico de los cálculos en la vida cotidiana y en algunas actividades de tipo académico en las cuales no es necesario determinar un valor exacto, sino, hacer una conjetura o una aproximación para resolver una situación.
- f. **El Significado del Número y la Numeración:** construir de diversas maneras el sistema de los números naturales y el sistema de numeración, a partir de actividades de conteo, seriación, agrupamiento, y valor posicional, asociadas con diferentes formas de representación, composición y descomposición de números.
- g. **El Concepto de las operaciones básicas:** proponer actividades que posibiliten la comprensión de las operaciones básicas, la coordinación: adición - sustracción, multiplicación - división, potenciación - radicación... no solo en el plano de la acción sino del pensamiento, así como varios algoritmos para cada una de ellas, antes de enfrentar los algoritmos convencionales, trabajar además las diferentes estructuras que pueden representarse con una operación.
- h. **Realizar Operaciones:** hacer cálculos, no solamente escritos, sino, mentales, utilizar calculadoras y reflexionar sobre los alcances y limitaciones que su uso conlleva.
- i. **Geometría y Percepción espacial:** identificar, describir, representar, construir, reconstruir y clasificar figuras en dos y tres dimensiones, relacionar las ideas métricas con las ideas geométricas y de medición, e identificar situaciones en las que su uso adquiere significado (modelos moleculares, estados de la materia...)
- j. **La Medida:** comprender los atributos medibles (longitud, área, volumen, tiempo, capacidad, peso, masa, temperatura, amplitud de ángulo...) y aprender a utilizar instrumentos de medición, patrones y unidades de medida.
- k. **Estadística y Probabilidad:** leer, escribir, describir, comparar e interpretar datos, utilizar diferentes sistemas de representación, recolectar información, organizarla, explorar el concepto causalidad y plantear y resolver problemas que requieran recoger y analizar datos.

- l. **Fracciones y Decimales:** comprender la fracción, sus diferentes interpretaciones, el significado de las operaciones entre ellas y los diferentes contextos en los que su uso adquiere sentido (al respecto tengo dos trabajos: EL CONCEPTO DE FRACCION “cuatro diferentes interpretaciones, TANGRAMS MAS QUE ENTRETENIMIENTO PRIMERA PARTE: LAS FRACCIONES).
- m. **Patrones, Relaciones y funciones:** reconocer, describir y construir patrones, que permitan representar relaciones matemáticas, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, manejo de variables y constantes, proporciones, no solo numéricas sino también geométricas.

De la buena introducción de estos aspectos dependerán las construcciones que se hagan buscando generalizaciones en álgebra, geometría analítica, trigonometría y cálculo.

Algunas estrategias para aprender matemáticas

El objetivo que persigo en esta sesión es que cada participante haga una elaboración propia sobre las estrategias para desarrollar el pensamiento matemático

En este artículo presento inicialmente algunas concepciones acerca de la naturaleza y aprendizaje de las matemáticas, luego algunas características del aprendizaje y finalmente estrategias del aprendizaje mediado para lograr la autonomía del aprendiente en el desarrollo de pensamiento matemático

¿APRENDER MATEMÁTICAS...?

*“Será suficiente analizar el dato fenomenológico - como relación de la conciencia con sus objetos-
Y describirlo tal como aparece una vez nos hayamos despojado de todos los prejuicios.”*

Gastón Berger

(Temas principales de la fenomenología de Husserl)

La matemática es la ciencia que se encarga de la búsqueda de patrones y relaciones, forma parte de nuestra cultura y ha sido una actividad humana desde los primeros tiempos; no en vano, escuelas filosóficas tan trascendentes como: El Platonismo, El Logicismo, El Formalismo, El Intuicionismo y El Constructivismo, han dedicado gran parte de sus esfuerzos a dar cuenta sobre el origen y la naturaleza de las matemáticas; es decir, sobre

si las matemáticas existen fuera de la mente humana o si son una creación suya, si son exactas e infalibles o si son falibles, corregibles, evolutivas y provistas de significado como las demás áreas del conocimiento. En la actualidad la filosofía ha dejado un poco de lado su preocupación por la fundamentación de la matemática (Gödel 1930), para enfocarse en el carácter casi empírico de la actividad matemática (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de las matemáticas en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural con características que son comunes a otros sistemas semejantes. Estos cambios han influido notoriamente sobre la enseñanza del área (se aprende haciendo) y las concepciones sobre su aprendizaje (aprender a aprender).

A pesar de ello, aún persiste la idea ingenua de que aprender matemáticas es una tarea difícil y que no todo el mundo tiene la inteligencia suficiente para acceder al conocimiento matemático, el mismo Gardner en su teoría sobre las inteligencias múltiples habla de dos, que tradicionalmente se han ubicado en el campo de estudio de las matemáticas (inteligencia lógico matemática e inteligencia espacial) y considerando que son ocho, la responsabilidad que se atribuye al área es de por sí grande.

En esas condiciones, resulta atrevido hablar de “autonomía para aprender matemáticas” es por esa razón que el presente modelo, el cual de hecho es de corte constructivista, pretende servir de guía a todas aquellas personas que tienen en sus manos orientar el desarrollo de procesos matemáticos sin hacer distinción alguna en relación con el tipo o edad del aprendiente.

Lograr en edad temprana que un niño interiorice los conceptos propios de la matemática es una tarea bastante difícil en razón a que en este momento de su desarrollo mental el aprendizaje se lleva a cabo fundamentalmente a partir de su experiencia personal y concreta y las experiencias cotidianas en las que intervienen los conceptos como tal, son muy limitadas; si hablamos por ejemplo de fracciones, fracciones como un medio, un cuarto, dos tercios pueden presentarse con cierta normalidad, pero resulta evidente que la mayoría de las fracciones él no podrá encontrarlas en su vida cotidiana, en la misma forma se puede hablar de cualquier otro concepto; ello hace necesario que sea el maestro quien se encargue de buscar medios concretos de proporcionárselos, utilizando un material que esté al alcance de los propios niños. Para este tipo de ejercicios son muchos los materiales

concretos que se encuentran en el mercado: las regletas encajables, los bloques multibase, o cualquier otro material que los profesores construyen aún con ayuda de sus estudiantes. Ahora, si en ese proceso nos referimos al adulto que de pronto aprendió a realizar una serie de rutinas sin pensar en su significado o contextualizarlas, resulta aún más difícil lograr que vea las matemáticas y sus contenidos como algo verdaderamente útil para su vida cotidiana y aún más difícil que transfiera los conocimientos a un contexto diferente al de las matemáticas propiamente dichas.

Sin embargo, la tarea de la mediación no se reduce solamente a proporcionar las experiencias o los materiales concretos para que los estudiantes construyan los conceptos, ya que aprender matemáticas (para algunos aprender a pensar), supone en primer lugar: aprender el mecanismo propio de las operaciones (algoritmos), en segundo lugar: aprender el sentido de las operaciones, es decir, el valor significativo que poseen y que es necesario conocer bien para traducir situaciones dadas mediante el lenguaje simbólico, y en tercer lugar: aprender a buscar patrones y hacer generalizaciones; para lograrlo es necesario desarrollar habilidades mentales de orden superior como: comparar, deducir, inducir, ordenar, clasificar, reconocer, analizar, solucionar problemas y tomar decisiones entre otras.

Para “enseñar” a aprender matemáticas y desarrollar o reeducar el pensamiento matemático, la mediación se realiza en tres fases: - aprender a conocer mediante la ejecución guiada de estrategias cognitivas, - aprender a evaluar lo aprendido mediante la ejecución guiada de Estrategias metacognitivas, - aprender a transferir mediante el diseño de ambientes en los que sea posible experimentar, aplicar y comunicar lo aprendido.

En síntesis, la mediación pedagógica juega un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento matemático, por esta razón el mediador debe aprender a diseñar cursos de acción pedagógica y a utilizar estrategias didácticas que posibiliten la construcción del conocimiento, mediante el diseño de ambientes de trabajo presencial y a distancia en los cuales el estudiante tenga la oportunidad de aprender y poner en práctica estrategias de autorregulación y de auto verificación del logro de los objetivos.

¿Cuáles serían los cursos de acción pedagógica pertinentes y los ambientes de aprendizaje propicios para alcanzar las metas?

Una Sugerencia en Relación con la enseñanza: salir del modelo centrado en la enseñanza de algoritmos y contenidos declarativos, para pasar a la comprensión y aplicación de un modelo centrado en el desarrollo del aprendizaje autónomo, diseñando ambientes de aprendizaje centrados en el desarrollo de habilidades de pensamiento.



Las Dimensiones del Aprendizaje: Robert Marzano en su obra *Una Aula Diferente: Enseñar con las Dimensiones del Aprendizaje*, propone un modelo en el cual el aprendizaje es el producto de la interacción de cinco tipos de pensamiento que él denomina Dimensiones del Aprendizaje. Supone también que aprender a pensar es aprender a aprender y bajo esa premisa se inspira ésta propuesta.

Las Cinco Dimensiones del Aprendizaje son: El trabajo intelectual de el que aprende matemáticas, debe ser comparable a la actividad científica, saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para buscar la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; saber matemáticas implica que el que aprende se ocupe de plantear y Resolver problemas, pero no sólo eso; también debe: actuar, interactuar, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, etc. Para hacer posible esta actividad el que enseña

debe Hacer una recontextualización y una repersonalización de los conocimientos. El que



enseña debe convertirse en mediador entre la información y el aprendiente, propiciando las herramientas para que el aprendiente construya y aprenda a partir de su propia experiencia; a medida que el aprendiente avanza en el proceso, la intervención del mediador debe disminuir, y se logrará la efectividad en la medida en que el aprendiente: aprenda a aprender de manera independiente. En la medida en que se va logrando la autonomía, el que aprende debe estar en capacidad de valorar lo que ha aprendido, la forma como lo ha aprendido e identificar sus fortalezas y dificultades, este aspecto se habrá logrado cuando el que aprende logre aplicar lo que ha aprendido en contextos nuevos y diferentes de aquellos en los que ha aprendido.

El que enseña diseña ambientes de aprendizaje propicios para que el que aprende experimente y construya nuevos conocimientos, y además proporciona las herramientas para que el que aprende avance hasta lograr la independencia; en otras palabras “la autonomía para aprender”, para hacer esto posible es tarea del que enseña, propiciar el desarrollo de pensamiento relacionado con hábitos mentales productivos, los cuales tienen que ver con lo que finalmente estará en capacidad de hacer el que aprende cuando se encuentre por fuera del sistema escolar, Marzano clasifica estos hábitos en tres grupos a saber: hábitos mentales de la autorregulación, hábitos de pensamiento crítico y hábitos de pensamiento creativo.

Al desarrollar esta manera de pensar, el que aprende será consciente de que el conocimiento es dinámico y que por tanto su tarea personal es la de actualizarse y actualizar constantemente la información que posee, que el proceso de aprendizaje no termina cuando se acaba un curso o se recibe un diploma, que el trabajo hay que realizarlo bien y en forma cooperativa porque los esfuerzos conjuntos conllevan a mejores resultados, que no es suficiente con detectar los problemas sino que hay que proponer alternativas de solución, que hay que sustentar las ideas con argumentos razonables y que el primer objeto de crítica es él mismo y las actividades o tareas que desempeña.

Para llevar a cabo su tarea, el mediador deberá diseñar cursos de acción pedagógica acordes con lo que se espera desarrollar en el aprendiente; existen cuatro aspectos que considero fundamentales.

En el trabajo de la mediación para lograr el desarrollo de pensamiento matemático, ellos son: motivar al estudiante para el aprendizaje generando un ambiente en el cual él descubra que está en capacidad de aprender matemáticas, enseñar al estudiante a vincular la información nueva con los conocimientos previos por medio del uso de la matriz SQAT, diseñar ambientes de aprendizaje en los cuales el estudiante tenga la posibilidad de materializar los conceptos que de manera evidente no encuentra en su vida cotidiana, y fomentar la lectura, escritura y comprensión general de la terminología y simbolismo propio de las matemáticas para mejorar la comunicación y la posibilidad de acceder a la información.

Una Sugerencia en Relación con los Ambientes de Aprendizaje: LOS RINCONES DEL SABER: Una de las obligaciones del enseñante es la de diseñar ambientes de aprendizaje propicios para la construcción de conocimientos, es decir que el que enseña debe poner al alcance del niño un lugar donde se juegue a razonar lógica y matemáticamente, donde se empiece a dominar el espacio, a ser algo tangible y con dimensiones, lo mismo el tiempo, los objetos con sus propiedades, las magnitudes y cantidades, todo debe ser algo que forme parte de su vida, con éste fin el aula físicamente se puede dividir en cuatro rincones de trabajo que a su vez corresponden con los cuatro grandes bloques de ésta área (números, espacio, tiempo, objetos).

El estar así separados los espacios es por cuestiones de orden y por especificar hacia qué aprendizaje se está apuntando, sin perder de vista la globalidad que une a todo. En cada rincón está todo el material necesario para realizar las actividades de ese determi-

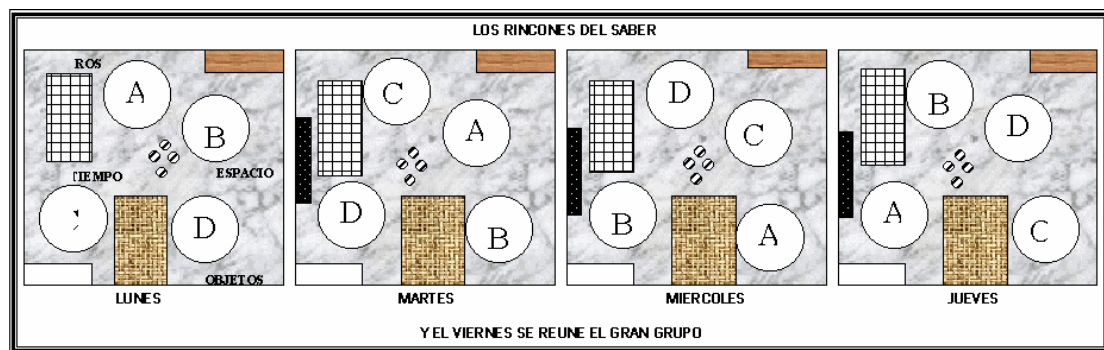
nado bloque.

Esta distribución ayuda al maestro a tener presentes los cuatro bloques de objetivos, contenidos, y actividades del área y organizar mejor el tiempo de dedicación a cada uno.

El que aprende tiene el material repartido y clasificado según su funcionalidad. Al mismo tiempo que va reconociendo esa funcionalidad se le acostumbra a responsabilizarse de las cosas y a colocarlas en su sitio después de haber “jugado” con ellas, se busca con ello desarrollar la capacidad de manipular objetos y materiales hasta adquirir las bases de la lógica y el álgebra matemática.

La mayor ventaja de esta organización es la de poder trabajar el maestro con grupos pequeños de niños y permitir en ellos el desarrollo de la autonomía para aprender.

El grupo de estudiantes de la clase se divide en cuatro pequeños grupos que irán rotando por los diferentes rincones, en una semana esto se vería así: (o cinco bloques de clase). Como elementos auxiliares en el salón se debe tener: una cuadrícula pintada en el suelo,



tablero, mesas de trabajo, armarios para guardar el material y alfombra.

Taller: Propuesta para enseñar a construir el pensamiento multiplicativo simple

Objetivo: aprender a diseñar cursos de acción pedagógica encaminados al logro de las metas.

Actividades: lectura, interpretación y análisis de la información
Diligenciamiento de los instrumentos
Elaboración de conclusiones
Evaluación del curso

Concepto: el pensamiento multiplicativo simple es aquel que permite comprender y resolver situaciones realizando una multiplicación o una división (solamente una de las dos)

Exigencias Lógicas Para La Construcción Del Pensamiento Multiplicativo Simple:

- Establecer coordinaciones en el nivel de las representaciones aditivas que permiten las multiplicaciones

- Reconocer la multiplicación en términos de la división y viceversa

- Manejar simultáneamente la multiplicación y la división como parte de un mismo esquema mental en el plano de la acción y del pensamiento

Tema Generativo: Diseño de ambientes y ejercitación de estrategias de mediación pedagógica para el desarrollo del pensamiento multiplicativo simple				
Subtemas	Aprender a orientar el curso de la acción pedagógica	Aprender a conocer construyendo conscientemente los conceptos	Aprender a evaluar el proceso de aprendizaje	Aprender a utilizar el conocimiento en contextos diferentes de aquellos en donde los aprendemos
Alcance de los temas	Utilizar la matriz de cambio conceptual SQAT como herramienta esencial para definir un curso de acción pedagógica. Utilizar estrategias didácticas y materiales de apoyo pertinentes para orientar la construcción del concepto	Desarrollar habilidades para conceptualizar. Diseñar cursos de acción pedagógica ajustados a la competencia del aprendiente. Utilizar estrategias cognitivas para construir aprendizajes significativos	Utilizar diferentes técnicas de evaluación. Utilizar estrategias metacognitivas para darle sentido a los aprendizajes	Practicar la transferencia del concepto a contextos académicos y cotidianos
Temas a desarrollar	El pensamiento multiplicativo simple	Construcción del concepto de multiplicación. Caracterización de la estructura lingüística de los problemas multiplicativos simples	¿Cómo evidenciar la construcción del pensamiento multiplicativo simple? Planteamiento y resolución de problemas con estructura multiplicativa simple. Aprender a evaluar las formulaciones de los aprendientes	Contextualizar preguntas que permitan practicar la transferencia. Análisis de situaciones académicas y cotidianas

Momentos En La Construcción Del Pensamiento Multiplicativo: al observar de manera consciente el procedimiento que sigue el que aprende, para resolver problemas de tipo multiplicativo se pueden distinguir cuatro momentos, correspondientes a las diversas formas de representárselos:

- **Representación Realista:** en primera instancia hace representaciones que incluyen todos los detalles y cuenta uno a uno los elementos (reunión)
- **Representación Esquemática:** hace esquemas y empieza a hacer agregaciones sucesivas.
- **Representación Aditiva:** expresa los problemas como adiciones, abreviando los procedimientos para hacer las cuentas, agrupa algunos sumandos y hace duplicaciones.
- **Representación Multiplicativa:** representa los problemas como multiplicaciones.

Algunas Actividades Propicias Para La Construcción Del Pensamiento Multi-

plicativo: organizar actividades en cada uno de los rincones buscando que el aprendiente: a) ejecute Acciones; b) construya gráficos; c) haga cuentas (ayuda mucho el juego de la tienda y/o los trueques, cambiar por docenas, decenas... etc.)

Formulación De Problemas Multiplicativos: (el objetivo que se persigue es el de reconocer el papel del lenguaje como organizador del pensamiento) promover la formulación de problemas con el fin de ayudar al aprendiente a ir más allá de los estereotipos y la repetición de modelos propuestos por otros, y utilizar estrategias cognitivas y metacognitivas para aprender a evaluar las formulaciones. En este punto conviene el encuentro y discusión con los maestros de lenguaje (en caso de ser un mismo maestro como ocurre en la mayoría de las primarias, conviene que los aprendientes realicen estas formulaciones en el área de lenguaje y establezcan conexiones) con el fin de aprender a identificar la estructura lingüística de los problemas multiplicativos simples.

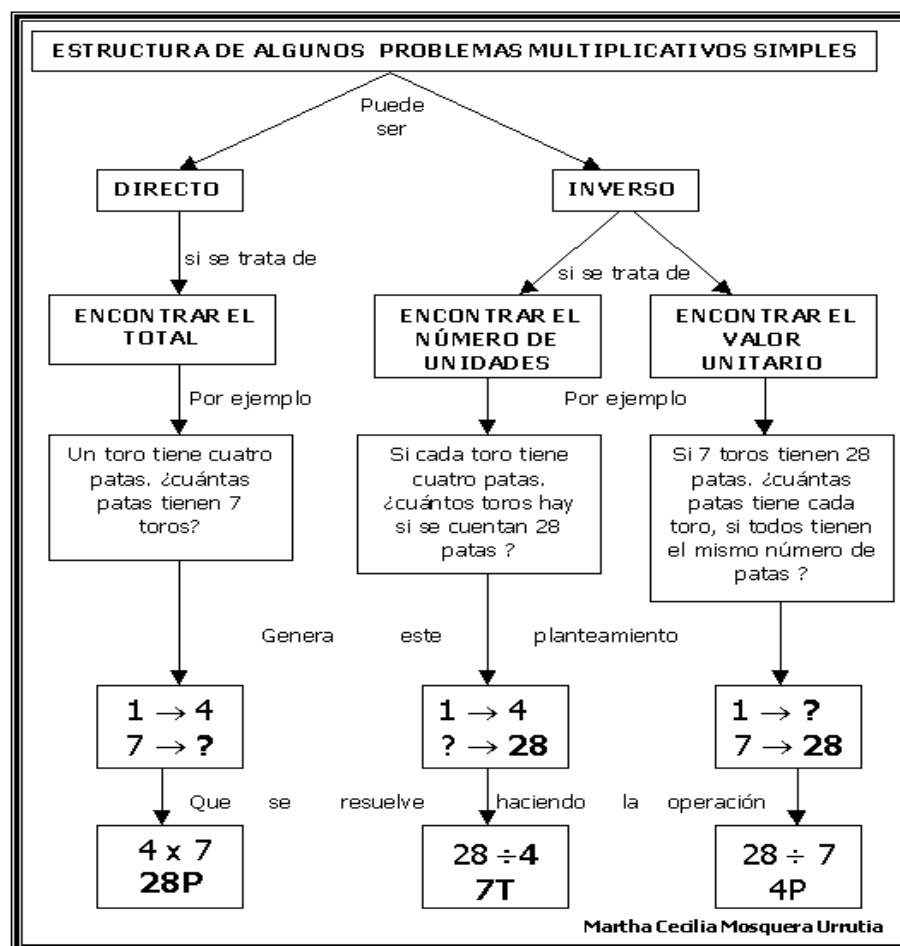
Respecto al lenguaje utilizado para la formulación del problema es necesario en primer lugar tomar conciencia sobre lo que implica formularlo, desde el punto de vista del problema como texto (oral o escrito) es decir, el enunciado de un problema requiere de unas proposiciones que informan y otra u otras proposiciones que preguntan sobre dicha información (dimensión pragmática); en segundo lugar a la claridad, la coherencia lógica y la precisión de la información implícita en el enunciado (dimensión semántica) y en tercer lugar el enunciado deberá ajustarse a las reglas gramaticales propias del lenguaje, es decir el orden en que se presentan las proposiciones, la forma de combinarlas y si las oraciones son gramaticalmente completas (dimensión sintáctica).

La Redacción Del Problema: para redactar el problemas se requiere de unos enunciados que presentan la información (**I**) y otros enunciados que hacen preguntas a partir de la información (**P**), esta redacción se puede hacer en el orden que ocurre la acción, o en un orden distinto a la acción, en cada caso la pregunta puede ir al principio, en el medio o al final.

	Redacción del problema en el mismo orden en que ocurre la acción	Redacción del problema en un orden distinto a la acción
Pregunta al final	$I_1 I_2 P$	$I_1 I_2 P$
Pregunta al principio	$P I_1 I_2$	$P I_1 I_2$
Pregunta en el medio	$I_1 P I_2$	$I_1 P I_2$

Estructura Lingüística De Los Problemas Multiplicativos Simples: ya anteriormente clasificamos los problemas multiplicativos simples en tres grupos, en cada uno de ellos se observa la siguiente redacción: en los **de encontrar el total** se presentan dos enunciados con la información y una pregunta, en los **de encontrar el valor unitario** tres enunciados para la información y una pregunta y en los **de encontrar el número de unidades** dos enunciados para presentar la información y una pregunta. En cada caso la redacción se puede hacer considerando alguno de los casos anteriores.

TIPO DE PROBLEMA	ESTRUCTURA
De encontrar el total	$I_1 I_2 P$
De encontrar el valor unitario	$I_1 I_2 I_3 P$
De encontrar el número de unidades	$I_1 I_2 P$



Otro aspecto a considerar en la redacción es **el nivel de abstracción del problema**, según este aspecto el problema puede ser: **concreto** si la redacción está muy ligada a una situación particular en ellos se identifican, dos enunciados para presentar la información y una pregunta. O **abstracto**. En el caso en que a pesar de referirse a una situación particular su redacción se desliga de ella. Para redactarlos se presenta la información en un enunciado y la pregunta en otro. Aparecen aquí también los problemas de correspondencia múltiple y los de relación.

NIVEL DE ABSTRACCIÓN	CLASE DE PROBLEMA	
	DE CORRESPONDENCIA MULTIPLE	DE RELACIÓN
CONCRETO	$I_1 I_2 P$	$I_1 I_2 P$
ABSTRACTO	$I_1 P$	$I_1 P$

ACTIVIDADES PROPUESTAS: presentar varios problemas para que sean ubicados en las respectivas tablas.

EVALUACIÓN:

- Para evaluar los problemas propuestos por los aprendientes y las aprendientes, hacer una planilla resumen, registrar y analizar.
- Adecuar las preguntas para que los aprendientes y las aprendientes tengan la oportunidad de formular problemas.
- Hacer actividades tendientes a que los aprendientes y las aprendientes revisen el trabajo de los compañeros y de las compañeras.
- Exponer ante el grupo las formulaciones de los aprendientes y las aprendientes.
- Buscar escenarios propicios para la transferencia de conceptos.
- Leer los problemas propuestos en los textos y clasificarlos.
- Verificar que los aprendientes y las aprendientes, tomen los respectivos apuntes y que estos sean comprensibles para ellos mismos y ellas mismas y para otros y otras.
- Hacer simulaciones, por ejemplo, jugar a la tienda, montar en bus, hacer otras compras ...
- Propiciar el paso continuo del terreno de la acción al del pensamiento y viceversa.

Referencias

- ACEVEDO, J.** Para Hacer Historietas. Editorial Popular. Madrid España 1987 tercera edición.
- ANÁLISIS DE RESULTADOS PRUEBAS SABER 2003 ICFES**
- BANDET J. MIALARET G. y BRANDICOURT R.** Los Comienzos Del Cálculo. Editorial Kapeluz. Buenos Aires Argentina 1965
- BANDET, J. y ABBADIE, M.** Cómo Enseñar a través Del Juego. Editorial Fontanel-la...
- BERLANGA, Ricardo.** Las Matemáticas: Perejil de Todas Las Salsas. Ed. Fondo de Cultura Económica. México 2002.
- BOLT. B.** 101 PROYECTOS MATEMATICOS. Ed. LABOR S.A. Barcelona España 1992
- BOLT. B.** DIVERTIMENTOS MATEMATICOS. Ed. LABOR S.A. Barcelona España 1991
- BRUNER J.** EL PROCESO EDUCATIVO Ed. PAIDOS Buenos Aires Argentina 1973
- CASTAÑO J y FORERO A.** EVALUACIÓN DE LOGROS DE LOGROS EN EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO. Sistema Conceptual Numérico. Corporación Para El Desarrollo de la Educación Básica. 1997.
- Chía 2001. Un comentario a cerca del mismo tópico se encuentra publicado en las Memorias del Segundo Foro Educativo Distrital “¿Cómo formar Ciudad y Ciudadanos Competentes?” SED 1997.
- DE ESCALONA F. Y NORIEGA M.** DIDACTICA DE LA MATEMATICA EN LA ESCUELA PRIMARIA Ed. KAPELUZ S.A. Buenos Aires Argentina. 1975
- Diccionario Planeta De la Lengua Española Usual.** Editorial Planeta. S.A. Bogotá 1992
- DIENES. Z. P.** Las Seis Etapas Del Aprendizaje En Matemática. Editorial teide. S.A. Barcelona España 1970
- DOMAN, GLENN J.** ¿Cómo Enseñar Matemáticas A Su Bebé? Editorial Aguilar. Madrid España 1981
- ENZENSBERGER, H. M.** El Diablo De Los Números. Editorial Siruela. Madrid España 1987
- ESCOVEDO DAVID, Hernán.** Desarrollo De Competencias Para Pensar Científicamente. Colciencias Bogotá 2002

- FLOREZ R. EVALUACION PEDAGOGICA Y COGNICION. Ed. McGRAW Hill Interamericana SA: Bogotá 1999
- FLOREZ R. HACIA UNA PEDAGOGIA DEL CONOCIMIENTO. Ed. McGRAW Hill Interamericana S.A. México 1995
- FORERO A y CASTAÑO J.** EVALUACIÓN DEL CONOCIMIENTO ESCOLAR. Rev. Debates, No.3 1997, UNIVERSIDAD JAVERIANA, Facultad de Psicología
- GARDNER, Howard.** Educación Para La Comprensión En Los Primeros Años; Educación Para La Comprensión En Los Años De La Adolescencia. En “La Mente No Escolarizada”. Editorial Paidos, Barcelona 1993
- HOJAS PEDAGÓGICAS SERIE LO NUMÉRICO** PROGRAMA ALEGRÍA DE ENSEÑAR, Fundación FES, FUNDACIÓN RESTREPO BARCO Cali 1998
- HOLLOWAY, G. E.** Concepciones Del Espacio Según Piaget. Editorial Paidos. Barcelona España 1982
- INSUASTY L. D. GUIAS DE APRENDIZAJE AUTONOMO A, B, C, D. DEPARTAMENTO DE POSTGRADO CAFAM 2001.
- JAULIN-MANNONI F. LA REEDUCACION DEL RAZONAMIENTO MATEMATICO Pablo Del Río Editor S.A. MADRID ESPAÑA 1980
- KASNER, Edward y NEWMAN, James.** Matemáticas e Imaginación. Ediciones Orbis. New York: Harcourt Brace 1955
- MARZANO R. J. DIMENSIONES DEL APRENDIZAJE. Adaptado por INSUASTY LUIS DELFIN. Especialización En Pedagogía Para El Desarrollo del Aprendizaje Autónomo UNAD- CAFAM 2001.
- MASA, C.** Aritmética y Representación. De la comprensión del texto al uso de materiales. Ed. Paidos. Barcelona 1995.
- MEN. ESTANDARES CURRICULARES AREA DE MATEMATICAS BOGOTÁ 2002.
- MEN. LINEAMIENTOS CURRICULARES AREA DE MATEMATICAS Serie Lineamientos Curriculares. Bogotá Julio de 1998
- MOSQUERA URRUTIA Martha Cecilia** CIRCULOS DE CALIDAD PEDAGOGICA TESIS DE GRADO MAESTRIA EN EDUCACION UNIVERSIDAD DE LA SABANA CHIA-CUND. Sep. 1997. El RAE de esta tesis se encuentra publicado en el libro: 10 años de investigación de la Maestría en Educación. Universidad de la Sabana
- MOSQUERA URRUTIA Martha Cecilia** Modelo de Mediación Pedagógica Para el Desarrollo Del Pensamiento Matemático. TESIS DE GRADO ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGIA PARA EL DESARROLLO DEL APRENDIZAJE AUTÓNOMO UNAD-

CAFAM. Bogotá 2003.

QUINTANA LOZANO, Juan H. Plan De Estudios y Metodologías Para El Desarrollo De Procesos de Pensamiento. SED Bogotá. Mayo de 2000

RODRIGUEZ, José A. Aprendizaje Del Adulto. Temas 17 y 18. UNAD -CAFAM. Bogotá 1999

SED DIVISION DE ENRIQUECIMIENTO INSTRUMENTAL: Programa De Enriquecimiento Instrumental. En el marco de aplicación del Decreto 3011 de 1998

VASCO, Carlos E. Enfoque de Sistemas Para la Enseñanza de las Matemáticas. MEN. Bogotá 1986